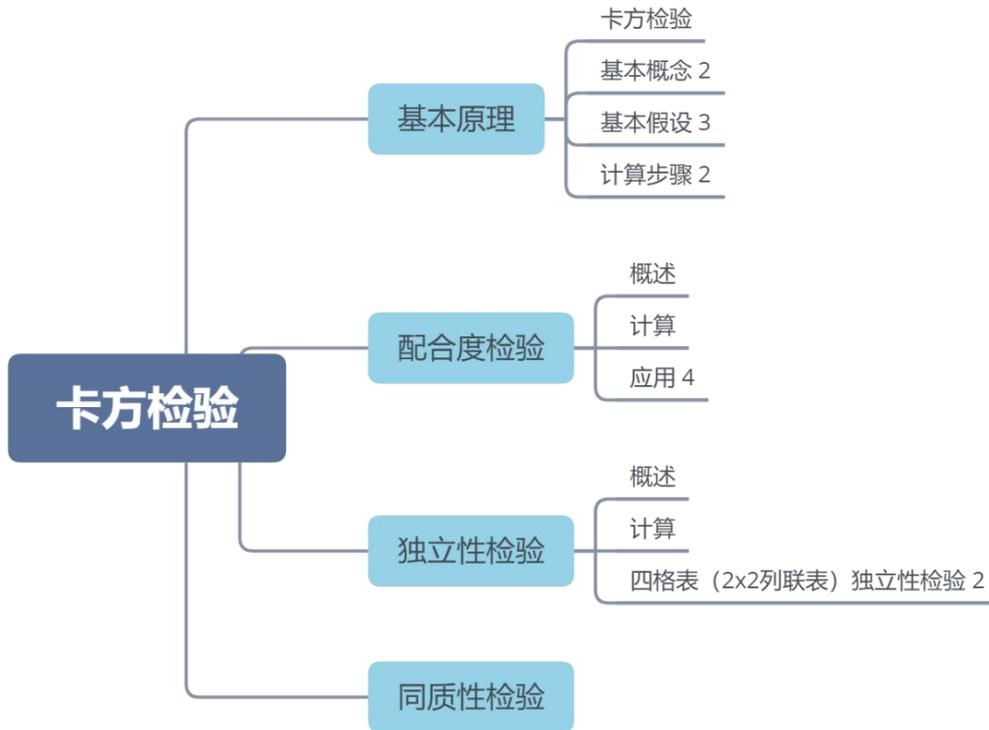


第十章 χ^2 检验



一、基本原理

(一) χ^2 检验

卡方检验适应于心理研究中的计数数据，是一种非参数检验方法。又称列联表分析或交叉表分析，将计数数据换作百分比时，又称百分比检验。能够处理一个因素两项或多项分类的实际观察频数与理论频数是否一致的问题， χ^2 检验时应注意取样的代表性。

(二) 基本概念

1. 观察频数

在实验或调查中得到的计数资料，又称实际数、实计数、实际频数。

2. 理论次数

根据某种理论、原理计算出来的次数，又称期望次数。

(三) 基本假设

1. 分类相互排斥，互不包容。

2. 观测值之间相互独立。

3. 每个单元格中理论次数的大小至少在 5 个以上，或遵循每一个类别的理论次数不小于 1，且不超过 20% 的理论次数可以小于 5 的原则。

(四) 计算及步骤

1. 计算公式

(1) 基本公式

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}, f_0: \text{观察频数}; f_e: \text{理论次数}.$$

(2) 小期望次数的连续性矫正

当单元格的人数过少时，处理方法有：

①单元格合并；②增加样本；③去除样本；④使用矫正公式（耶茨校正公式、费舍精确概率检验法、麦内玛检验）。

2. 计算步骤

- (1) 计算理论次数；
- (2) 列出假设；
- (3) 计算自由度；
- (4) 计算 χ^2 值；
- (5) 查双侧表检验。

二、配合度检验

(一) 概述

配合度检验是用来检验一个因素多项分类的实际频数和理论次数是否接近，又称无差假说检验，当对连续数据的正态性进行检验时，可称为正态吻合性检验。

这里主要是考虑某分布与总体分布是否相符，不涉及总体参数的问题。所以卡方检验的本质就是检验实际频数与理论次数是否一致。当检验结果显著时，说明实际频数和理论次数有显著差异，样本分布与总体分布不符合。

(二) 计算

理论次数 (f_e) = 总数 × 理论概率

自由度 (df) = 分类项数 - 使用统计量的个数 (一般是分类项数 - 1)

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}, \quad f_0: \text{观察频数}; f_e: \text{理论次数}.$$

(三) 应用

1. 检验无差假说和假设分布的概率

无差假说指分类的观察频数之间没有差异，即假设各项分类的概率相等。

2. 连续变量分布吻合性检验

(1) 目的

对于不知道总体分布的连续变量的计数数据，根据样本的次数分布判断是否服从某种指定的具有明确表达式的理论次数分布。

(2) 方法

以正态分布吻合性检验为例：

①求精确上下限对应的 Z 值， $Z = (\text{组限} - \text{平均数}) / \text{标准差}$ ；查正态分布表中 Z 值对应的概率；求出各区间的概率；利用“概率 × 总数”确定理论次数。

②确定自由度（正态吻合性检验中用到 3 个统计量：平均数、标准差、总数）。

③求得 χ^2 值并查表检验。

3. 比率或百分比的配合度检验

可用基本公式计算，也可直接将比例或百分比代入公式之后再乘以 (N/100)。

4. χ^2 的连续性校正

如果小样本的话（期望次数小于 5 个的）应该进行校正。

耶茨连续性校正公式：

$$\chi^2 = \sum \frac{(|f_o - f_e| - 0.5)^2}{f_e}$$

三、独立性检验

（一）概述

用来检验两个或两个以上因素各种分类间是否有关联的问题（血型与性格是否有关系），多用 $R \times C$ 表（列联表）的格式。

当检验结果显著时，说明两因素相关；当检验结果不显著时，说明两因素独立。

（二）计算

1. 基本公式

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \quad df = (R-1)(C-1)$$

$$f_e = \frac{f_{xi} f_{yi}}{N}$$

2. 原始数据

$$\chi^2 = N \left(\sum \frac{f_{oi}^2}{f_{xi} f_{yi}} - 1 \right) \quad df = (R-1)(C-1)$$

其中， f_{oi} 为该格的次数， f_{xi} 为该格所在行的总次数， f_{yi} 为该格所在列的总次数。

（三）四格表（ 2×2 列联表）独立性检验

1. 独立样本

$$\chi^2 = \frac{N(AD - BC)^2}{(A+B)(A+C)(B+D)(C+D)}$$

列联表中如果某格的理论次数小于 5，一般需要进行耶茨校正：

$$\chi^2 = \frac{N(|AD - BC| - \frac{N}{2})^2}{(A+B)(A+C)(B+D)(C+D)}$$

2. 相关样本

$$\chi^2 = \frac{(A-D)^2}{A+D}, \quad df = (R-1)(C-1)$$

列联表中如果某格的理论次数小于 5，同样需要校正：

$$\chi^2 = \frac{(|A-D| - 1)^2}{A+D}$$

四、同质性检验

用来检验不同人群母总体在某一个变量的反应是否有显著差异。目的在于检验双样本在单一变量的分布情形是同质还是异质。如果同质性检验结果表明相互之间没有差异，则是同质的，可考虑将数据合并后进行处理；相反则是异质的。